

**Тренировочная работа в формате ЕГЭ
по МАТЕМАТИКЕ
(профильный уровень)**

11 КЛАСС

Дата: ____ ____ 20__ г.

Вариант №: ____

Выполнена: ФИО _____

Инструкция по выполнению работы

Работа по математике состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение на отдельном листе бумаги.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к каждому из заданий 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

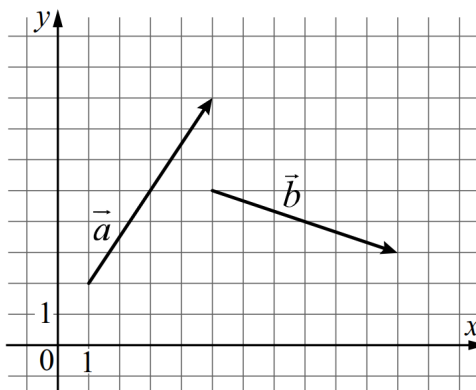
1

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 28$, $\operatorname{tg} A = \frac{2\sqrt{10}}{3}$. Найдите AC.

Ответ: _____.

2

На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите скалярное произведение \vec{a} и \vec{b} .

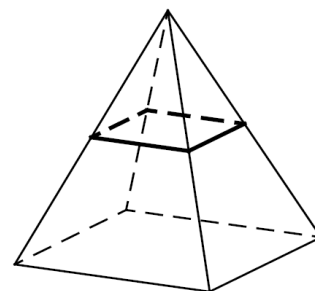


Ответ: _____.

3

В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны 18. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых рёбер.

Ответ: _____.



4

Фабрика выпускает сумки. В среднем 14 сумок из 200 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.

Ответ: _____.

5

Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 4. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска?

Ответ: _____.

6

Решите уравнение $\sqrt{-35 - 12x} = -x$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

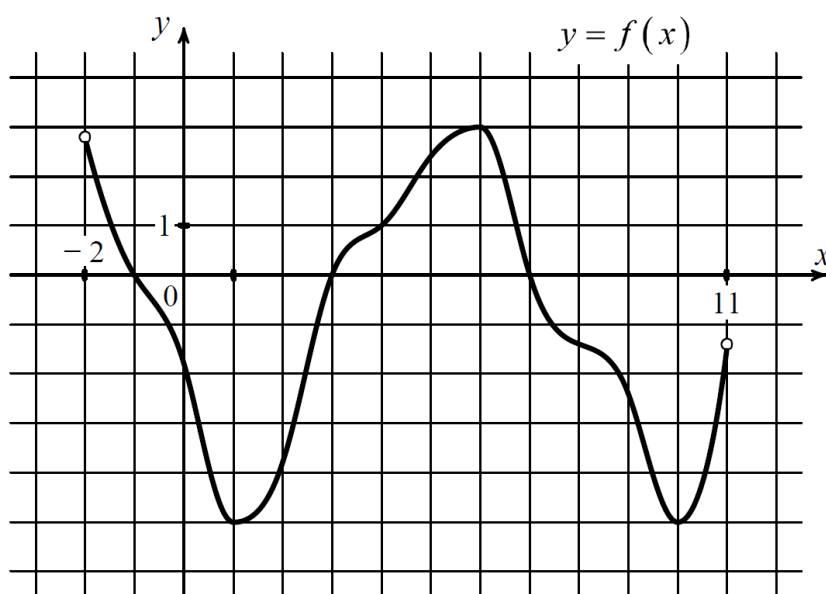
7

Найдите значение выражения $\frac{(6\sqrt{5})^2}{12}$.

Ответ: _____.

8

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-2; 11)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.



Ответ: _____.

9

Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности In , оперативности Op , объективности Tr публикаций, а также качества сайта Q . Каждый отдельный показатель—целое число от 1 до 5. Составители рейтинга считают, что объективность ценится вдвое, а информативность публикаций — вчетверо дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{2In + Op + 3Tr + Q}{A}$$

Если по всем четырём показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число A , при котором это условие будет выполняться.

Ответ: _____.

10

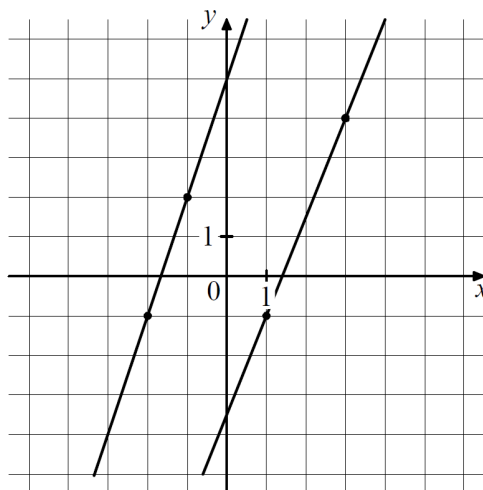
Первый и второй насосы наполняют бассейн за 1 час 30 минут, второй и третий — за 1 час 50 минут, а первый и третий — за 2 часа 12 минут. За сколько минут эти три насоса заполнят бассейн, работая вместе?

Ответ: _____.

11

На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите ординату точки пересечения графиков.

Ответ: _____.



12

Найдите наименьшее значение функции $y = 11x - 11\ln(x + 6) + 4$ на отрезке $[-5, 5; 0]$.

Ответ: _____.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $10^{\sin x} = 5^{\sin x} \cdot 2^{\cos x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2\pi; \frac{7\pi}{2}]$

14

В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со сторонами $AB = 4$ и $BC = 3$. Длины боковых рёбер пирамиды $SA = 2\sqrt{14}$, $SB = 6\sqrt{2}$, $SD = \sqrt{65}$.

а) Докажите, что SA — высота пирамиды $SABCD$.

б) Найдите угол между прямыми SC и BD .

15

Решите неравенство

$$(4x^3 + 13x^2 - 12x) \cdot (x + 4)^{-1} - (8x^3 - 28x^2 + 30x - 38) \cdot (2x - 5)^{-1} \geq -10.$$

16

15 января планируется взять кредит в банке на 15 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 40 % больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

17

Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . На катете AC взята точка M . Окружность с центром O и диаметром CM касается гипотенузы в точке N .

а) Докажите, что прямые MN и BO параллельны.

б) Найдите площадь четырёхугольника $BOMN$, если $CN = 9$ и $AM:MC = 1:8$.

18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(|x + 5| + |x - a|)^2 - 7(|x + 5| + |x - a|) + 4a(7 - 4a) = 0$$

имеет ровно два решения.

19

Сначала Маша написала на доске 20 натуральных чисел (необязательно различных), каждое из которых не превосходит 50. Затем вместо некоторых из чисел (возможно, одного) она написала на доске числа, меньшие первоначальных на единицу. Числа, которые после этого оказались равными 0, она с доски стёрла.

а) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое чисел на доске увеличилось?

б) Среднее арифметическое первоначально написанных чисел равнялось 29. Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске чисел оказаться равным 34?

в) Среднее арифметическое первоначально написанных чисел равнялось 29. Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, которые остались на доске.